

臺北市第 57 屆中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：生物科

組 別：國中組

作品名稱：羽狀複葉之探究：優勢種密毛小毛蕨的生長機制

關 鍵 詞：生物數學、羽狀複葉、型態測量學

編 號：

摘要

蕨類是具有高度多樣性的大群體，擁有多種葉片排序，如單狀複葉、羽狀複葉與掌狀複葉等。但目前關於蕨類生長型態的相關文獻並不多，本研究將選用羽狀複葉作為主題，希望利用在低海拔容易看到的蕨類「密毛小毛蕨」，探討其生長方式與生長效率的關聯。透過比對用 Python 電腦模擬蕨葉與實際考察的結果，驗證且解釋為何選擇此生長方式。

本研究從野外調查的結果得到 $\theta_3 = 78^\circ$ 、 $\phi_{3,5} = 68^\circ$ 及 $\alpha LR = 0.97$ ，與生長模式之模擬所得結果一致，可證明密毛小毛蕨的生長型態是使其成為優勢種的原因之一。雖然如此，模擬結果顯示 $\theta Ang = 0$ (即主幹不向左右生長)，樣本中卻還是會看到有往左右偏長的情況。除了受當地因素影響外，本研究認為主要原因在於從立體樣本轉成平面模擬時產生了誤差。

壹、前言

一、研究動機

當我到山區踏青時，經常發現許多藏在大自然中的植物，具有美妙的規律，如百合花的線對稱性質、向日葵中以黃金角緊密排列成的種子。其中，蕨類引起了我的興趣。

臺灣有「蕨類王國」之稱，擁有多樣的品種，密度也是世界數一數二高的。蕨類植物的生長範圍很廣，經常出現在陰暗潮濕的山區上，大多利用複葉的生長方式大



圖 1、多樣的蕨類植物

量捕捉陽光，可以一次覆蓋大面積的地表，成為生物的棲息地。蕨類為了生存，發展出高度多樣性的葉片形狀與生長方式，例如：波士頓腎蕨(*Nephrolepis exaltata*)(圖 1 左上)有披針形的羽狀複葉，並有明顯的葉片波緣；鐵線蕨(*Adiantum capillus-veneris*)(圖 1 左下)的葉片為斜扇形或斜方形，外緣淺裂至深裂；杯蓋狀骨碎補(*Davallia griffithiana*)(圖 1 右上)

葉長僅 10cm~15cm，卻是三至四回的羽狀複葉，形成十分細緻的葉片；女王鹿角蕨 (*Platynerium wandae* Racib)(圖 1 右下)以廣大的盾狀營養葉，攔截空中落下的枯枝落葉，轉換成有機物吸收。(資料來源：臺北典藏植物園)

然而，我們對於蕨類認識並不多，尚未清楚其生長機制。蕨類具有許多的葉片排列方式，如單狀複葉、羽狀複葉與掌狀複葉等，為何蕨類會以此方式生長？有何種優勢？本研究選擇羽狀複葉作為題目，並選擇低海拔山區常見的優勢種「密毛小毛蕨」為研究種類，針對羽狀複葉進行詳細的觀察，希望透過實際觀察樣本，從中對照並歸納其生長型態，並利用電腦程式模擬出羽狀複葉，透過調整不同的參數，觀察可否使生長效率提升或下降，藉此推測成為優勢種的原因。

二、研究目的

- (一) 找出密毛小毛蕨的最佳生活環境與生活條件
- (二) 採集並分析密毛小毛蕨在不同環境下的生長模式
- (三) 模擬單片羽狀複葉的最佳生長模式
- (四) 探討密毛小毛蕨在程式模擬與現場觀察的差異性
- (五) 統整並提出密毛小毛蕨生長型態之優勢原因

三、文獻回顧

實驗物種：密毛小毛蕨(*Cyclosorus parasiticus*)

- (一) 分類：真蕨綱水龍骨目金星蕨科小毛蕨屬
- (二) 分布：熱帶亞洲及臺灣中低海拔地區，常生長在空曠處及半遮蔭環境。
- (三) 特徵：短匍匐莖，二回羽狀分裂，葉叢生；葉柄長 10~40cm，布滿絨毛；葉片卵形至卵狀披針形，長 30~55cm，寬 10~18cm，密布柔毛，葉片最寬處在中下段。葉脈游離，裂片側脈 5~8 對，相鄰兩裂片最基部一對側脈連結，並由連結點向缺刻處伸出一條小脈，形成小毛蕨脈型。孢子囊群位於裂片側脈上，孢膜圓腎形，具有毛。

貳、研究設備及器材

硬體		軟體	
名稱	用途	名稱	用途
21片密毛小毛蕨	實驗樣本	Mu Editor (Python 3)	模擬生長模式
黑色紙張	拍攝背景	ImageJ	數據測量
雙面膠	固定樣本	Excel	數據分析
相機	拍攝樣本		
電腦	數據測量及分析		

表 1、研究設備及器材

參、研究過程或方法

一、實驗流程

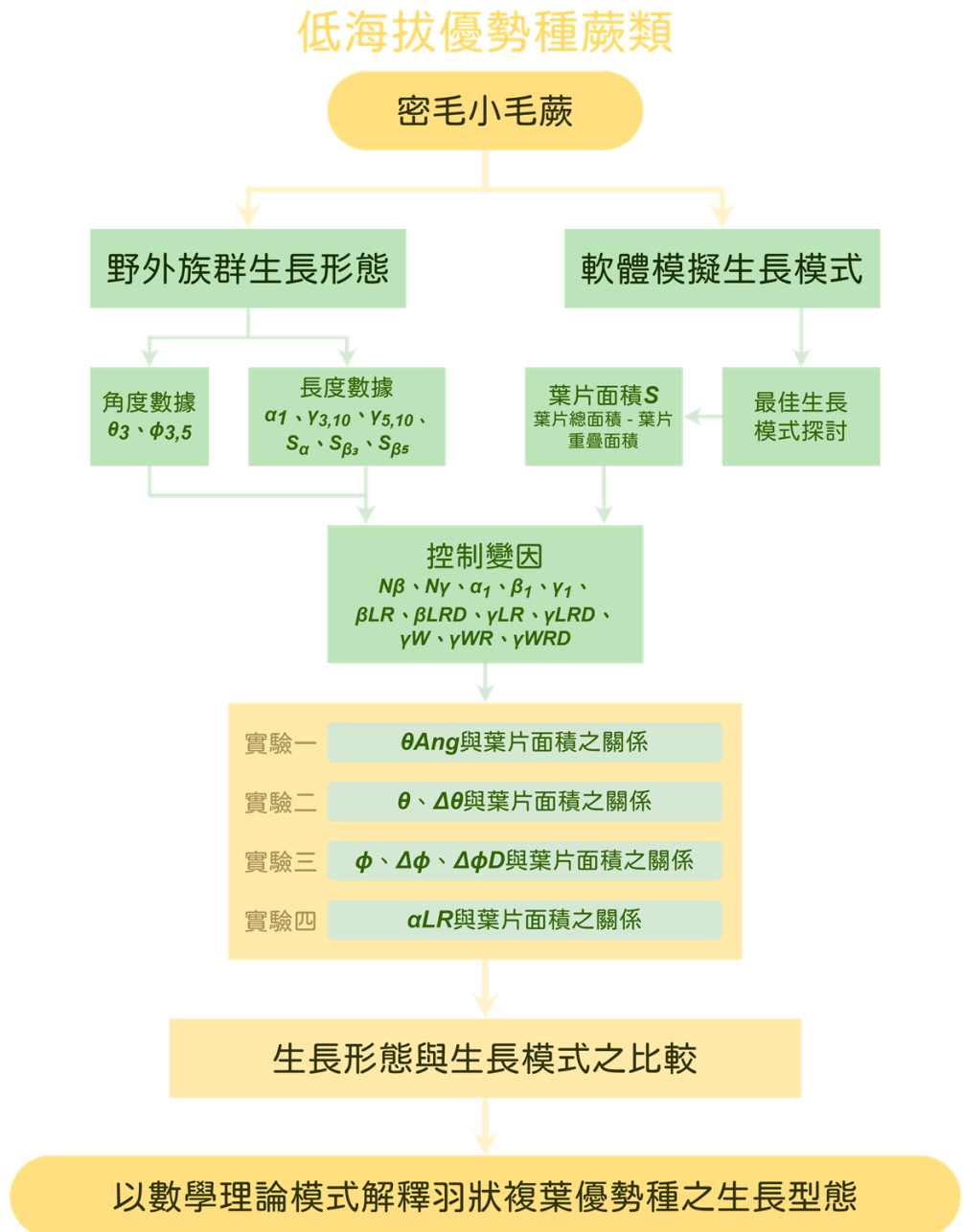


圖 2、實驗流程圖

二、羽狀複葉葉片面積之定義

葉片面積 S = 可行光合作用之面積 = 葉片總面積 - 重疊葉片面積

在消耗最少能量(枝條長度)的情況下得到最大收益(葉片面積)，即為最佳生長效率 S_{MAX} 。

三、分析野外採樣樣本

(一) 採樣地點：富陽自然生態公園，共分 8 區採樣點，共採集 21 片樣本。

(二) 測量項目（長度單位為公分）

1. α_1 ：左側第 1 節一回枝條至第 2 節之距離
2. $\gamma_{3,10}$ ：第 3 對二回枝條分出之第 10 對葉片一邊長度
3. $\gamma_{5,10}$ ：第 5 對二回枝條分出之第 10 對葉片一邊長度
4. $S_{\alpha_{1-14}}$ ：左側第 1 節一回枝條至第 15 節之距離
5. S_{β_3} ：第 3 對二回枝條之一邊長度
6. S_{β_5} ：第 5 對二回枝條之一邊長度
7. θ_3 ：第 3 節一回枝條之兩邊平均分岔角度
8. $\phi_{3,5}$ ：第 3 對二回枝條之第 5 對葉片分岔角度

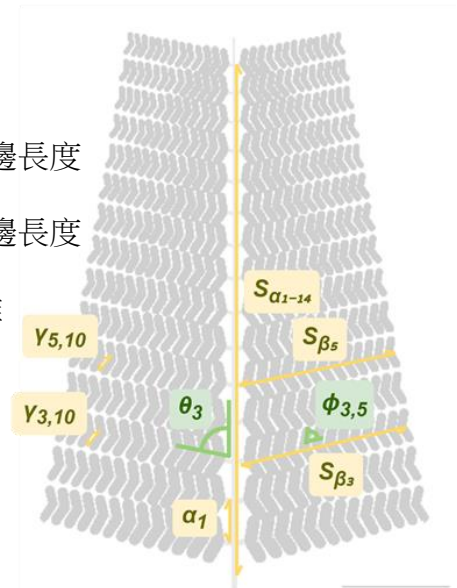


圖 3、測量位置說明

(三) 數據測量方法：

1. 以背景板作背景，用雙面膠固定樣本並拍下。
2. 從 ImageJ 的 Set scale 設定比例尺並測量數據。



圖 4、測量範例

四、建立個體生長模擬程式

以 Python 語法在 Mu 編輯器上模擬單片樣本，使用樣本數據為預設，並調整其餘參數接近真實型態。

野外族群生長型態



軟體模擬生長模式

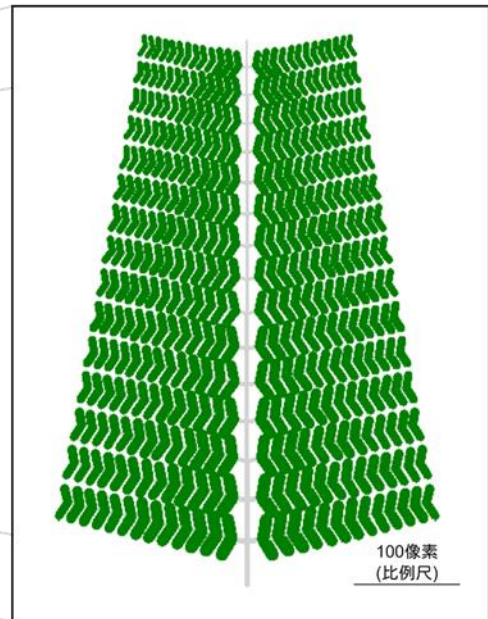


圖 5、模擬比較

(一) 程式碼：

```

1  # 模組區 -----
2  import turtle
3  # 全域變數 -----
4  wn = turtle.Screen()
5  t = turtle.Turtle()
6  # 定位 -----
7  def ready():
8      wn.tracer(0, 0)
9      t.clear()
10     t.penup()
11     t.setheading(0)
12     t.setposition(0, -300)
13     t.forward(200)
14     t.pendown()
15     t.back(100)
16     t.penup()
17     t.back(100)
18     t.left(90)
19     t.pendown()
20
21 # 函式區 -----
22 def F_R(k, a1, aW, b1, bW, y1, yW, theta, phi):
23     if k > Np:
24         return
25     else:
26         t.width(aW) # 更新寬度
27         t.pencolor("lightgray")
28         t.forward(a1 * aLR) # 中間主枝
29         t.right(thetaAng)
30         t.right(theta) # 右邊分枝
31         F_SR(1, b1, bW, y1, yW, phi)
32         t.left(theta)
33
34         F_R(
35             k + 1, a1 * aLR, aW * aWR,
36             b1 * bLRD, bW * bWRD, y1 * yLRD,
37             yW * yWRD, theta - deltaTheta, phi - deltaPhiD)
38
39 def F_L(k, a1, aW, b1, bW, y1, yW, theta, phi):
40     if k > Np:
41         return
42     else:
43         t.width(aW) # 更新寬度
44         t.left(theta) # 左邊分枝
45         F_SL(1, b1, bW, y1, yW, phi)
46         t.right(theta)
47         t.left(thetaAng) # 中間主枝
48         t.penup()
49         t.back(a1 * aLR)
50         t.pendown()
51
52         F_L(
53             k + 1, a1 / aLR, aW / aWR,
54             b1 / bLRD, bW / bWRD, y1 / yLRD,
55             yW / yWRD, theta + deltaTheta, phi + deltaPhiD)
56
57 def F_SR(k, b1, bW, y1, yW, phi):
58     if k > Ny:
59         return
60     else:
61         t.width(bW) # 更新寬度
62         t.pencolor("lightgray")
63         t.forward(b1) # 中間主枝
64         t.width(yW) # 更新寬度 葉寬
65         t.pencolor("green")
66         t.right(phi) # 右邊分枝
67         t.forward(y1) # 葉長
68         t.back(y1)
69         t.left(phi)
70
71         F_SR(
72             k + 1, b1 * bLR, bW * bWRD,
73             y1 * yLR, yW * yWR, phi - deltaPhi)
74
75         t.width(yW) # 更新寬度 葉寬
76         t.pencolor("green")
77         t.left(phi) # 左邊分枝
78         t.forward(y1) # 葉長
79         t.back(y1)
80         t.right(phi)
81         t.penup() # 倒退
82         t.back(b1)

```

```

103 |         t.pendown()
104
105 def F_SL(k, β1, βW, γ1, γW, φ):
106     if k > Nγ:
107         return
108     else:
109         t.width(βW) # 更新寬度
110         t.pencolor("lightgray")
111         t.forward(β1) # 中間主枝
112         t.width(γW) # 更新寬度 葉寬
113         t.pencolor("green")
114         t.right(φ) # 右邊分枝
115         t.forward(γ1) # 葉長
116         t.back(γ1)
117         t.left(φ)
118
119         F_SL(
120             k + 1, β1 * βLR, βW * βWRD,
121             γ1 * γLR, γW * γWR, φ - Δφ)
122
123         t.width(γW) # 更新寬度 葉寬
124         t.pencolor("green")
125         t.left(φ) # 左邊分支
126         t.forward(γ1) # 葉長
127         t.back(γ1)
128         t.right(φ)
129         t.penup() # 倒退
130         t.back(β1)
131         t.pendown()
132
133 # 設定
134 Nβ = 15 # N_β
135 Nγ = 13 # N_γ
136
137 θAng = 0 # 一回偏移角(右璇)
138 θ = 78 # *θ_1
139 Δθ = 0 # θ的變化
140 φ = 68 # *φ 葉子分岔角
141 Δφ = 0 # 同枝φ的變化
142 ΔφD = 0 # 不同枝φ的變化
143 α1 = 40.9 # *α_1
144
145 β1 = 15 # β_1第一節長
146 γ1 = 17.5 # *γ_(1,1)
147
148 αLR = 0.97 # α長比
149 βLR = 0.98 # 同枝β長比
150 βLRD = 0.96 # 不同β長比
151 γLR = 0.98 # 同枝γ長比
152 γLRD = 0.97 # 不同枝γ長比
153 γW = 12 # γ_(1,1)寬
154 γWR = 0.98 # 同枝γ寬比
155 γWRD = 0.96 # 不同枝γ寬比
156
157 αW = 5 # α_1寬
158 αWR = 0.95 # α寬長
159 βW = 5 # β_1寬
160 βWR = 0.92 # 同枝β寬比
161 βWRD = 0.94 # 不同β寬比
162
163 # 回程(左半部)設定值
164 Ba1 = α1 * αLR ** (Nβ - 1)
165 BaW = αW * αWR ** (Nβ - 1)
166 Bβ1 = β1 * βLRD ** (Nβ - 1)
167 BβW = βW * βWRD ** (Nβ - 1)
168 Bγ1 = γ1 * γLRD ** (Nβ - 1)
169 BγW = γW * γWRD ** (Nβ - 1)
170 Bθ = θ - Δθ * (Nβ - 1)
171 Bφ = φ - ΔφD * (Nβ - 1)
172
173 # 主程式 -----
174 def draw_fern():
175     F_R(1, α1, αW, β1, βW, γ1, γW, θ, φ)
176     t.pencolor("lightgray")
177     t.width(BaW)
178     t.forward(Ba1 * αLR)
179     t.back(Ba1 * αLR)
180     F_L(1, Ba1, BaW, Bβ1, BβW, Bγ1, BγW, Bθ, Bφ)
181
182 ready()
183 draw_fern()
184 wn.update()
185 wn.mainloop()

```

圖 6、Python 程式碼

(二) 控制變因 (預設值):

設實際樣本與程式中的長度比例為 1:20

$$N\beta = 15、N\gamma = 13、\alpha_1 = 40.9、\beta_1 = 15、\gamma_1 = 17.5、$$

$$\beta LR = 0.98、\beta LRD = 0.96、\gamma LR = 0.98、\gamma LRD = 0.97、$$

$$\gamma W = 12、\gamma WR = 0.98、\gamma WRD = 0.96。$$

(三) 對葉片面積沒有影響的參數 (即灰色枝條部分):

$$\alpha W = 5、\alpha WR = 0.95、\beta W = 5、\beta WR = 0.92、\beta WRD = 0.94。$$

(四) 操縱變因與應變變因

1. 實驗一: θAng 與 $S_{|\theta Ang|}$
2. 實驗二: θ 、 $\Delta\theta$ 與 $S_{\theta, \Delta\theta}$
3. 實驗三: ϕ 、 $\Delta\phi$ 、 $\Delta\phi D$ 與 $S_{\phi, \Delta\phi, \Delta\phi D}$

4. 實驗四： αLR 與 $S_{\alpha LR}$

五、實驗測量方法

使用 ImageJ 的 Color Threshold 功能，調整後選取綠色部分，取得葉片面積。

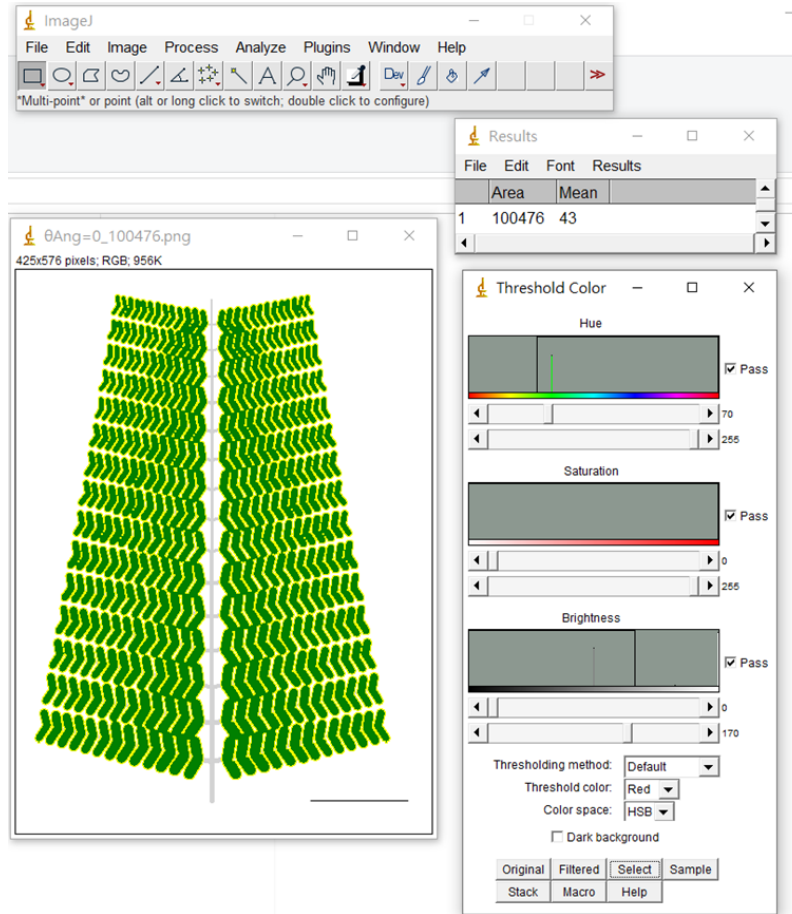


圖 7、測量說明

六、實驗一： θAng 與葉片面積 $S_{|\theta Ang|}$ 之關係

(一) θAng ：一回枝條每節的右偏角。

(二) 實驗方法：在預設條件下調整 θAng 為 $0^\circ \sim 10^\circ$ 之所有整數值，計算像素面積 $S_{|\theta Ang|}$ 。

(因模擬的羽狀複葉為線對稱圖形， $S_{\theta Ang=k^\circ} = S_{\theta Ang=-k^\circ}$ ，故以 $|\theta Ang|$ 來討論。)

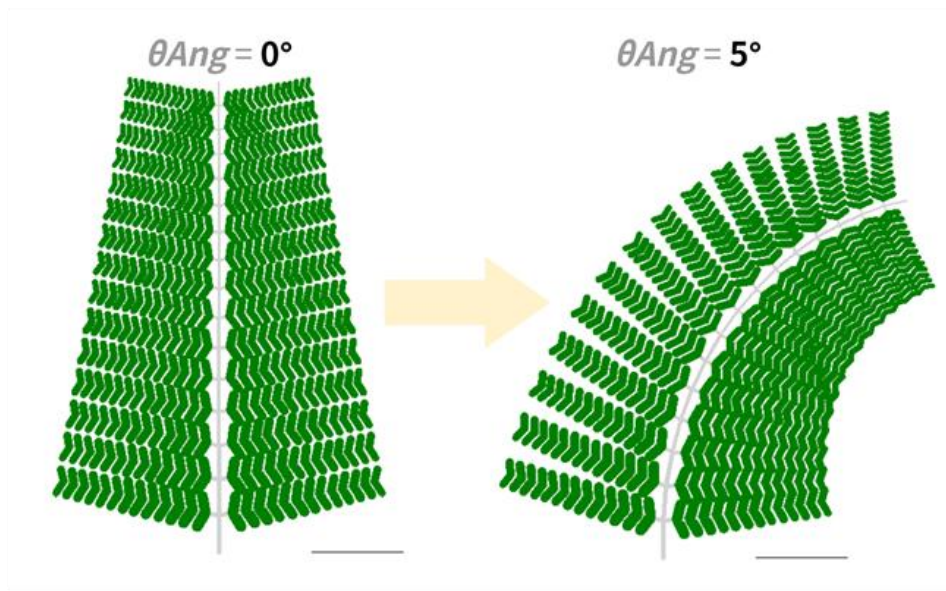


圖 8、實驗一說明

七、實驗二： θ 、 $\Delta\theta$ 與葉片面積 $S_{\theta,\Delta\theta}$ 之關係

參考預設值 $\theta = 78^\circ$ ，調整 θ 至 $70^\circ, 74^\circ, 78^\circ, 82^\circ$ 與 86° ，在此五種情況下帶入 $\Delta\theta$ 為 $-5^\circ \sim 5^\circ$ 之所有整數值，計算 $S_{\theta,\Delta\theta}$ 。

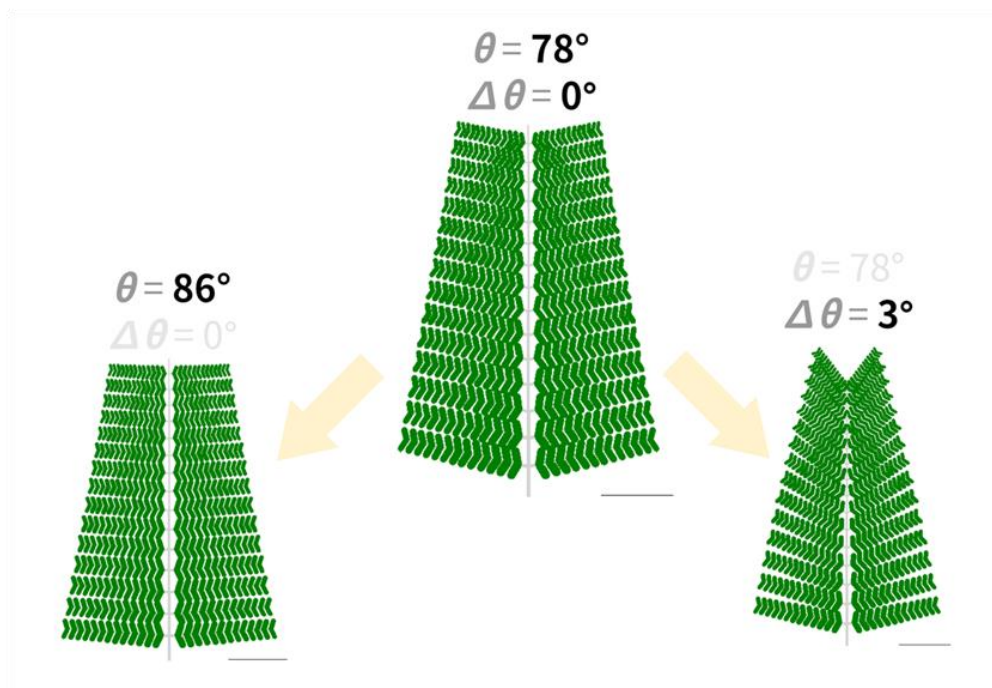


圖 9、實驗二說明

八、實驗三： ϕ 、 $\Delta\phi$ 、 $\Delta\phi D$ 與葉片面積 $S_{\phi,\Delta\phi,\Delta\phi D}$ 之關係

參考預設值 $\phi = 68^\circ$ ，計算在 ϕ 為 $60^\circ, 64^\circ, 68^\circ, 72^\circ$ 與 76° 時， $\Delta\phi$ 在 $-2^\circ \sim 2^\circ$ 與 $\Delta\phi D$ 在 $-3^\circ \sim 3^\circ$ 所形成的 $S_{\phi,\Delta\phi,\Delta\phi D}$ 。

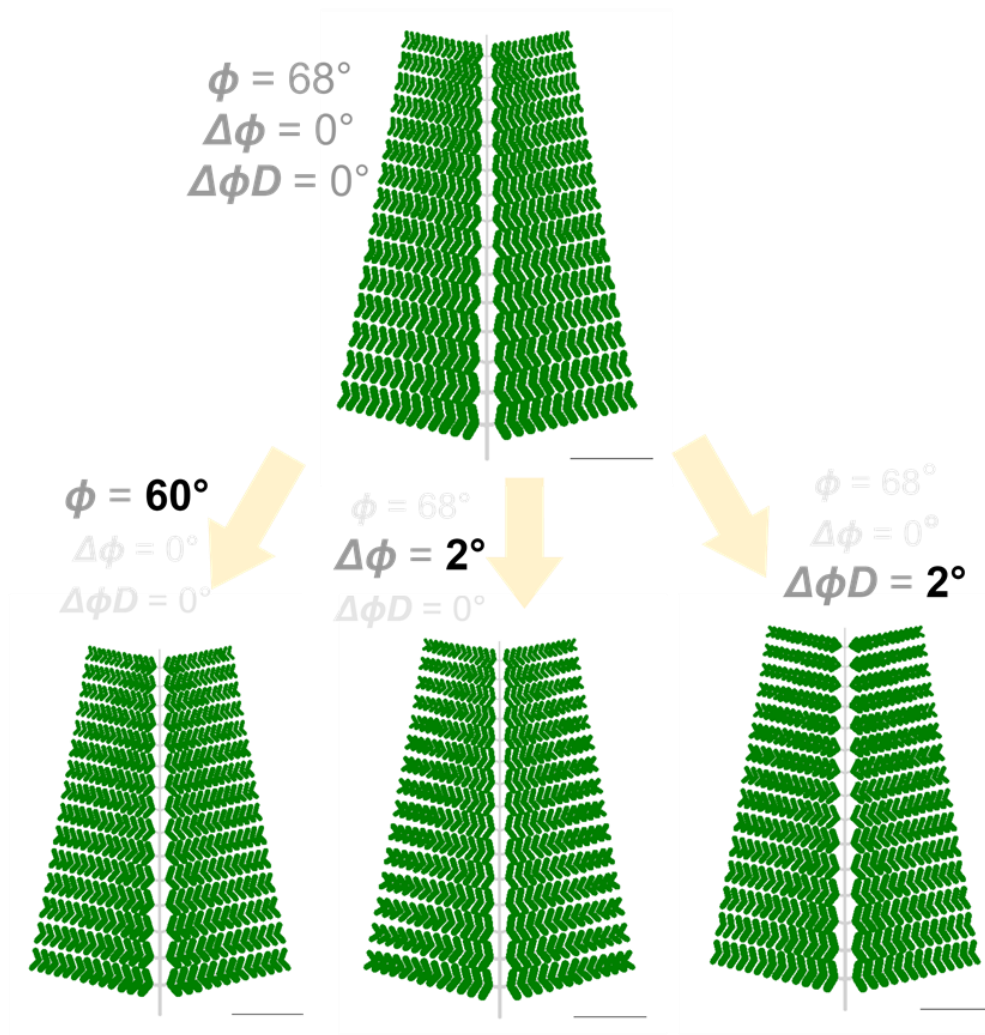


圖 10、實驗三說明

九、實驗四： αLR 與葉片面積 $S_{\alpha LR}$ 之關係

參考預設值 $\alpha LR = 0.97$ ，調整 αLR 為0.94, 0.95, 0.96, 0.97, 0.98, 0.99與1.00，計算 $S_{\alpha LR}$ 。

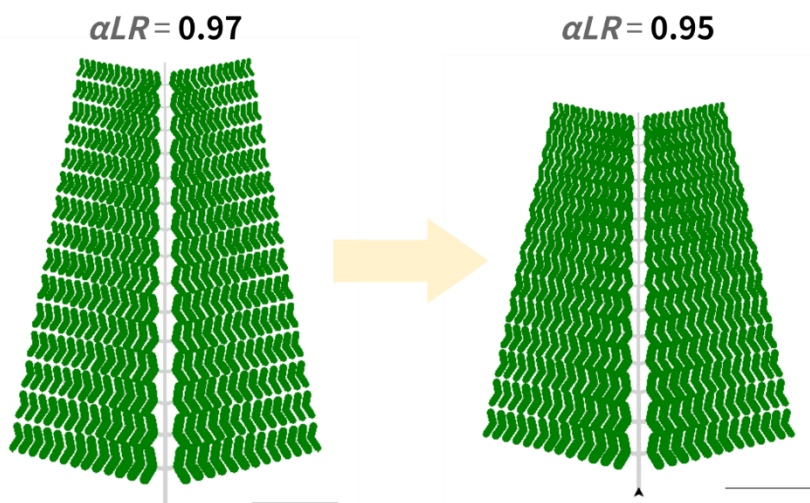


圖 11、實驗四說明

肆、研究結果及討論

一、野外採樣樣本



圖 12、採樣環境

分別在下頁表格的不同行利用色階區分高低，並在運算欄位觀察不同參數間的關係。

觀察到 $\frac{\beta_3}{\alpha_1}$ 與 $\frac{\beta_5}{\alpha_1}$ 在 5 跟 6 採樣區域的數值較低，表示在密毛小毛蕨的長度固定時，相較之下，生長在蕨類密度高的地區之寬度，會比在密度低的地區之寬度更小（或者較窄）。在觀察區域環境後，推測是此兩區的蕨類密度較高，物種競爭激烈，使蕨葉無法朝左右生長所致。

	一回			二回			葉片		運算					
	α_1	$S_{\alpha_{1-14}}$	θ_3	S_{β_3}	S_{β_5}	$\phi_{3,5}$	$\gamma_{3,10}$	$\gamma_{5,10}$	$\frac{S_{\alpha_{1-14}}}{\alpha_1}$	$\frac{S_{\alpha_{1-14}}}{\beta_3}$	$\frac{S_{\alpha_{1-14}}}{\beta_5}$	$\theta_3 + \phi_{3,5}$	$\frac{\beta_3}{\alpha_1}$	$\frac{\beta_5}{\alpha_1}$
1-1	2.4	23	79°	8.6	7.7	65°	0.8	0.8	9.58	2.67	2.99	144°	3.6	3.2
1-2	1.9	21.9	88°	12.0	11.4	59°	1.0	1.0	11.53	1.83	1.92	147°	6.3	6.0
2-1	1.9	21.5	67°	7.9	7.8	63°	1.0	1.0	11.32	2.72	2.76	130°	4.2	4.1
3-1	1.9	21.5	69°	10.2	10.3	71°	0.8	0.8	11.32	2.11	2.09	140°	5.4	5.4
3-2	2.0	24.8	67°	12.1	12.3	66°	0.9	0.9	12.40	2.05	2.02	133°	6.1	6.2
4-1	2.2	22.2	82°	11.1	10.5	69°	1.0	1.0	10.09	2.00	2.11	151°	5.0	4.8
5-1	1.5		95°	7.4	7.6	64°	0.9	0.8				159°	4.9	5.1
5-2	2.3	22.1	88°	8.7	7.6	69°	0.8	0.8	9.61	2.54	2.91	157°	3.8	3.3
5-3	2.1	23.5	85°	6.4	7.5	69°	0.6	0.7	11.19	3.67	3.13	154°	3.0	3.6
5-4	2.3	25	83°	9.8	10.1	61°	0.9	0.9	10.87	2.55	2.48	144°	4.3	4.4
6-1	2.8	24	79°	11.3	11.3	69°	0.9	0.9	8.57	2.12	2.12	148°	4.0	4.0
6-2	2.7	25.4	72°	10.4	9.7	71°	0.7	0.7	9.41	2.44	2.62	143°	3.9	3.6
6-3	2.1		79°	8.3	8.6	65°	0.9	0.9				144°	4.0	4.1
7-1	1.6	21.5	88°	9.8	9.8	71°	0.9	0.9	13.44	2.19	2.19	159°	6.1	6.1
7-2	2.4	27.3	68°	13.3	13.4	67°	1.0	1.0	11.38	2.05	2.04	135°	5.5	5.6
7-3	1.7		80°	9.8	9.0	75°	1.1	0.9				155°	5.8	5.3
7-4	1.8	22.4	72°	8.6	9.9	72°	0.9	0.9	12.44	2.60	2.26	144°	4.8	5.5
7-5	2.0	24.3	76°	11.8	10.9	70°	0.9	0.9	12.15	2.06	2.23	146°	5.9	5.5
8-1	2.0	23.1	76°	10.3	10.8	77°	0.7	0.7	11.55	2.24	2.14	153°	5.2	5.4
8-2	1.6	18.6	83°	6.6	6.8	66°	1.1	1.2	11.63	2.82	2.74	149°	4.1	4.3
8-3	1.7	20.1	72°	8.6	7.8	64°	0.6	0.7	11.82	2.34	2.58	136°	5.1	4.6
平均	2.0	22.9	78°	9.7	9.6	68°	0.9	0.9						
標準差	0.35	2.06	7.89°	1.87	1.79	4.44°	0.14	0.13						

表 2、測量數據表

分別在各行利用顏色為分類，以找出環境對生長型態的影響。

二、實驗一： θAng 與葉片面積 $S_{|\theta Ang|}$ 之關係

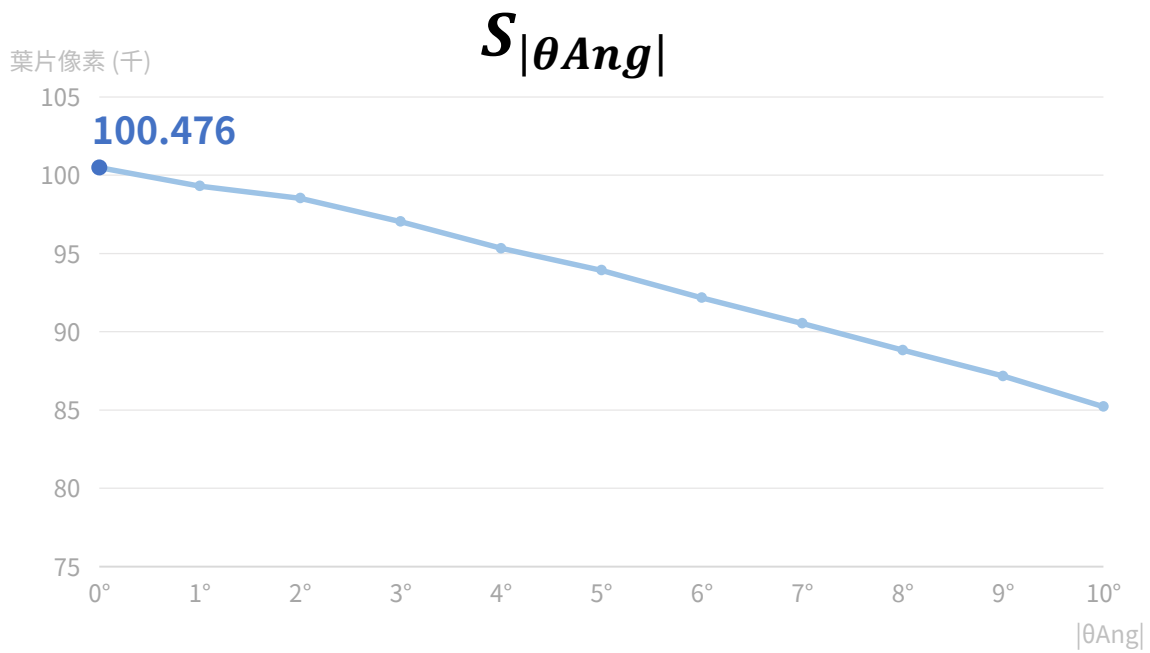


圖 13、實驗一數據

- (一) 當 $\theta Ang = 0^\circ$ 時，葉片重疊面積最小，此時函數有最大值 $S_{MAX} = S_{|\theta Ang|=0^\circ} = 100476$ 。
- (二) 可從圖表中看出， $|\theta Ang|$ 與 $S_{|\theta Ang|}$ 似乎呈線性關係。

三、實驗二： θ 、 $\Delta\theta$ 與葉片面積 $S_{\theta,\Delta\theta}$ 之關係

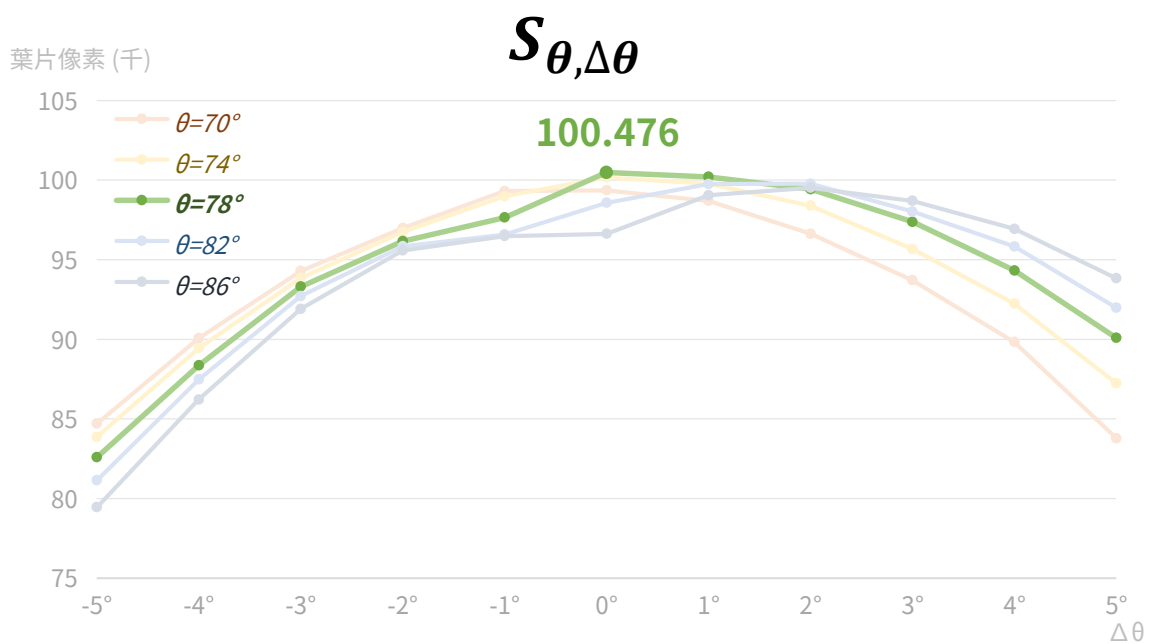


圖 14、實驗二數據

(一) 在 $\theta = 78^\circ$ 時，函數有最大值 $S_{MAX} = S_{\theta=78^\circ, \Delta\theta=0^\circ} = 100476$ 。

(二) 當 θ 增加時，滿足 $S_{MAX} = S_{\theta, \Delta\theta}$ 的 $\Delta\theta$ 會跟著減少，反之亦然。

(三) 對於所有的 $\theta_1, \theta_2 \in [70^\circ, 86^\circ] | \theta_1 < \theta_2$ ，可對函數 $S(\theta, \Delta\theta)$ 推測出以下結論：

$$\begin{cases} S(\theta_1, \Delta\theta) < S(\theta_2, \Delta\theta), & \Delta\theta \in [3^\circ, 5^\circ] \\ S(\theta_1, \Delta\theta) > S(\theta_2, \Delta\theta), & \Delta\theta \in [-5^\circ, -3^\circ] \end{cases}$$

$$\begin{cases} S'(\theta_1, \Delta\theta) < S'(\theta_2, \Delta\theta), & \Delta\theta \in [3^\circ, 5^\circ] \\ S'(\theta_1, \Delta\theta) < S'(\theta_2, \Delta\theta), & \Delta\theta \in [-5^\circ, -3^\circ] \end{cases}$$

$$\begin{cases} S''(\theta_1, \Delta\theta) < S''(\theta_2, \Delta\theta), & \Delta\theta \in [3^\circ, 5^\circ] \\ S''(\theta_1, \Delta\theta) > S''(\theta_2, \Delta\theta), & \Delta\theta \in [-5^\circ, -3^\circ] \end{cases}$$

四、實驗三： ϕ 、 $\Delta\phi$ 、 $\Delta\phi D$ 與葉片面積 $S_{\phi, \Delta\phi, \Delta\phi D}$ 之關係

(一) $\phi = 60^\circ, 64^\circ, 68^\circ, 72^\circ, 76^\circ$

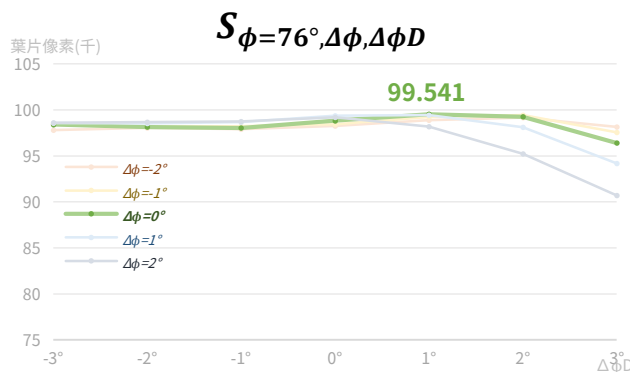
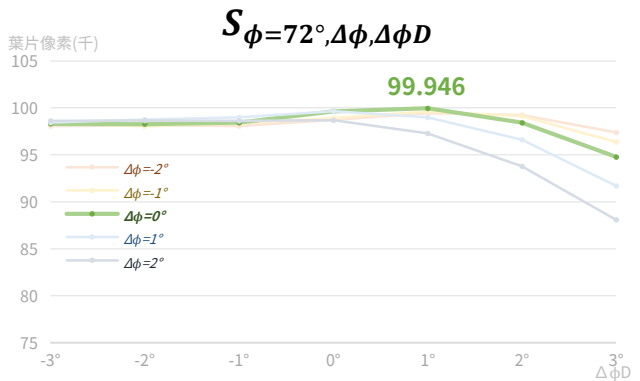
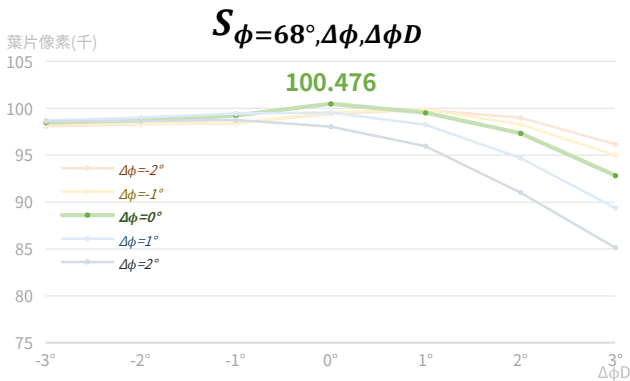
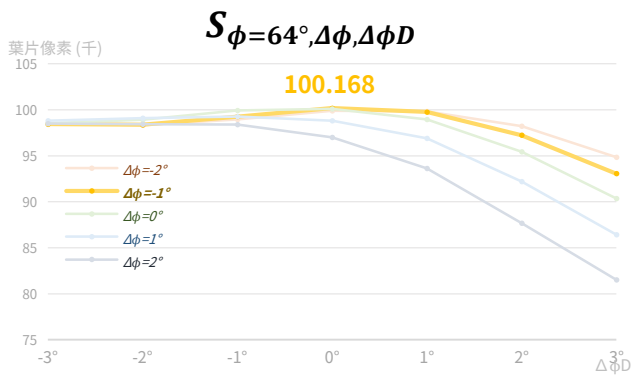
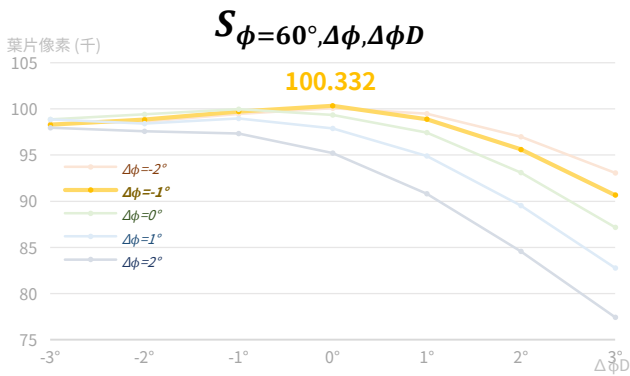


圖 15、實驗三數據-1

1. 最大值 $S_{MAX} = S_{\phi=68^\circ, \Delta\phi=0^\circ, \Delta\phi D=0^\circ} = 100476$
2. 呈現 $S_{\phi_1, \Delta\phi_1, \Delta\phi D=-3^\circ} \approx S_{\phi_2, \Delta\phi_2, \Delta\phi D=-3^\circ}$ ，其中 $\phi_1, \phi_2 \in [60^\circ, 76^\circ]$ ，且 $\Delta\phi_1, \Delta\phi_2 \in [-2^\circ, 2^\circ]$ 。
3. 大多的最小值都發生在 $\Delta\phi D = 3^\circ$ 。對於 $\phi \in [60^\circ, 76^\circ]$ ， $S_{\phi, \Delta\phi, \Delta\phi D}$ 的最小值均呈現 $S_{\phi, \Delta\phi_1, \Delta\phi D} > S_{\phi, \Delta\phi_2, \Delta\phi D}$ ，其中 $\Delta\phi_1, \Delta\phi_2 \in [-2^\circ, 2^\circ] | \Delta\phi_1 < \Delta\phi_2$ 。

(二) $\Delta\phi = 0^\circ$

結合實驗三的數據，觀察 $\Delta\phi = 0^\circ$ 的情況。

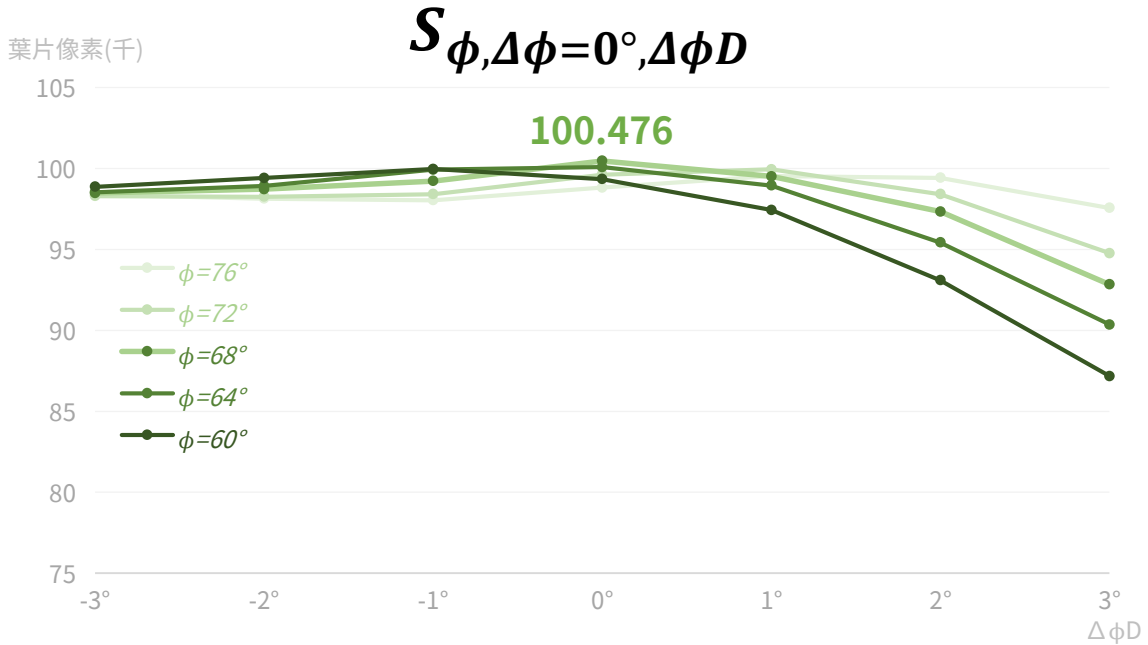


圖 16、實驗三數據-2

1. 可發現當 $\Delta\phi D = -3^\circ$ 時，對於所有的 $\phi_1, \phi_2 \in [60^\circ, 76^\circ] | \phi_1 < \phi_2$ ，都有 $S_{\phi_1, \Delta\phi=0^\circ, \Delta\phi D=-3^\circ} > S_{\phi_2, \Delta\phi=0^\circ, \Delta\phi D=-3^\circ}$ ，而當 $\Delta\phi D = 3^\circ$ 時，卻有 $S_{\phi_1, \Delta\phi=0^\circ, \Delta\phi D=3^\circ} < S_{\phi_2, \Delta\phi=0^\circ, \Delta\phi D=3^\circ}$
2. 同時也可發現 $|S_{\phi_1, \Delta\phi=0^\circ, \Delta\phi D=3^\circ} - S_{\phi_2, \Delta\phi=0^\circ, \Delta\phi D=3^\circ}| > |S_{\phi_1, \Delta\phi=0^\circ, \Delta\phi D=-3^\circ} - S_{\phi_2, \Delta\phi=0^\circ, \Delta\phi D=-3^\circ}| \approx 0$ 。

五、實驗四： αLR 與葉片面積 $S_{\alpha LR}$ 之關係

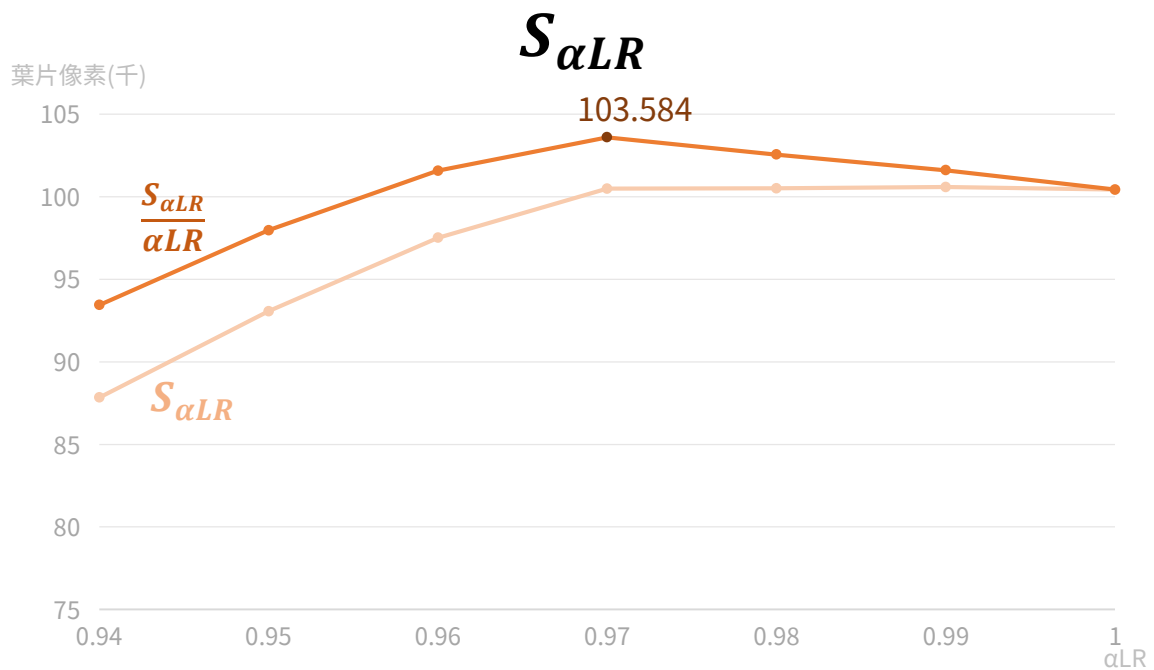


圖 17、實驗四數據

(一) 因 αLR 涉及枝條長度，即耗費能量的改變，所以利用 $\frac{S_{\alpha LR}}{\alpha LR}$ 取得加權後的值，得到

$S_{\alpha LR=0.97}$ 為最佳值。

(二) 起初設定 $\alpha LR = 0.97$ ，是參考樣本中 $\alpha_1 = 2.0cm$ 、 $S_{\alpha_1-14} = 22.9cm$ ，且程式中

$N\beta = 15$ ，根據等比級數公式 $S_n = \frac{\alpha(1-r^n)}{1-r}$ ，帶入得到 $22.9 = \frac{2.0(1-\alpha LR^{(15-1)})}{1-\alpha LR}$ ， $\alpha LR \approx$

0.968。

伍、結論

- 一、密毛小毛蕨是低海拔山區常見的優勢種蕨類，本研究從觀察野外生長型態中，得到 $\theta_3 = 78^\circ$ 、 $\phi_{3,5} = 68^\circ$ 及 $\alpha LR = 0.97$ ，與生長模式之模擬所得結果一致，可推測密毛小毛蕨的生長型態是使其成為優勢種的原因之一。
- 二、從 8 個採樣區域中，發現在密毛小毛蕨的長度固定時，相較之下，生長在蕨類密度高的地區之寬度，會比在密度低的地區之寬度更小。
- 三、雖然模擬結果顯示 $\theta Ang = 0$ 為最佳的狀態，在實際樣本中卻會看到一些稍微往左右偏長的情況。除了受當地環境因素影響外，本研究認為主要原因在於從立體樣本轉成平面模擬的過程中，可能會產生葉片重疊面積的誤差，而得到與實際不同的結果。
- 四、當初會選擇測量 θ_3 ，是由於注意到許多 θ_1 與其他鄰近的 θ_k 有相當大的差距。也因此設計程式碼時沒有模擬此部分。

陸、未來展望

- 一、因本研究使用 Python 模擬蕨葉，無法完整呈現蕨葉在野外的真實情況。若可使用 3D 模擬器建構蕨葉模型，將使實驗結果更精確，也能觀察日照角度對有效葉面面積之變化。
- 二、本研究僅在 8 個樣區取樣 21 片密毛小毛蕨，無法確定歸納密毛小毛蕨在不同環境的生長型態，未來將增加樣本數，驗證實驗結果。
- 三、若以本研究為基礎，可以進一步探討不同蕨類在不同環境下的應對模式，將對於植物種植與景觀設計有所貢獻。

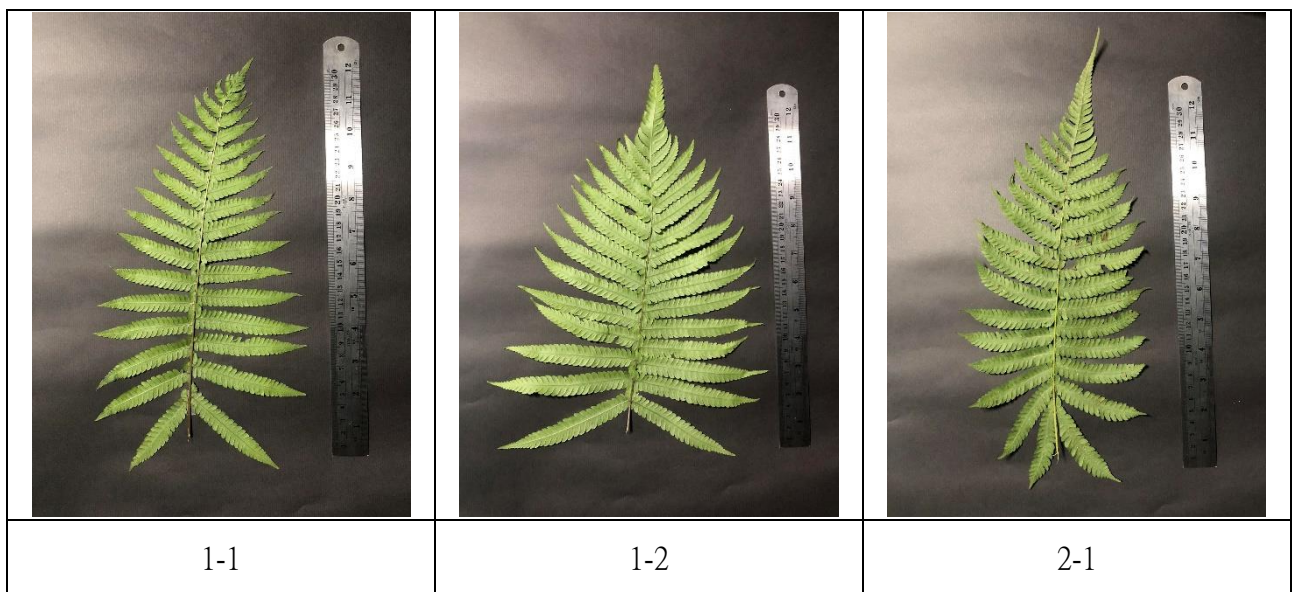
柒、參考資料及其他

一、參考資料










- (一) 郭翰霖、陳威浩(2011)。生物世界數學遊戲—以碎形理論解釋植物的生長形態。第 51 屆中小學科學展覽會，國立科學教育館。
- (二) 余芸宜(2013)。「蕨」對棒的生長環境--孢子囊的耐酸性與耐熱性。第 53 屆中小學科學展覽會，國立科學教育館。
- (三) 李金玲、黃憶汝、沈介文、劉婉霞(2006)。溪頭柳杉人工林林下植群恢復研究。國立臺灣大學生物資源暨農學院實驗林研究報告，299-307。
- (四) 杉林溪自然教育中心(無日期)。密毛小毛蕨。
https://nature.goto307.com.tw/plantae/ins.php?index_id=550。
- (五) 阿簡(2007)。以 ImageJ 測量葉面積。Blogger。https://achen.blogspot.com/2007/09/imagej_2149.html。
- (六) 張文宏(2022)。專題：海龜與樹。
http://nm01.nmes.tyc.edu.tw/py4t/lesson/project_fractal_tree/。

二、其他

- (一) 21 片密毛小毛蕨樣本



		
3-1	3-2	4-1
		
5-1	5-2	5-3
		
5-4	6-1	6-2

		
6-3	7-1	7-2
		
7-3	7-4	7-5
		
8-1	8-2	8-3

(二) 實驗一實驗數據：

θ Ang	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
像素面積	100476	99306	98528	97033	95326	93924	92170	90526	88824	87166	85217

(三) 實驗二實驗數據：

$\theta \backslash \Delta\theta$	-5°	-4°	-3°	-2°	-1°	0°	1°	2°	3°	4°	5°
70°	84694	90071	94292	96980	99308	99362	98689	96631	93711	89829	83780
74°	83863	89448	93852	96731	98988	100166	99778	98392	95670	92241	87234
78°	82590	88353	93309	96159	97650	100476	100206	99429	97380	94325	90087
82°	81144	87478	92714	95840	96585	98569	99752	99774	98015	95830	91974
86°	79451	86215	91910	95574	96482	96627	99042	99516	98691	96931	93825

(四) 實驗三實驗數據：

$$\phi = 60^\circ$$

$\Delta\phi \backslash \Delta\phi D$	-3°	-2°	-1°	0°	1°	2°	3°
-2°	98399	98613	99458	100087	99477	96994	93074
-1°	98283	98844	99728	100332	98887	95608	90668
0°	98871	99418	99971	99346	97439	93096	87170
1°	98856	98419	98959	97895	94919	89532	82757
2°	97963	97578	97326	95220	90818	84567	77442

$$\phi = 64^\circ$$

$\Delta\phi \backslash \Delta\phi D$	-3°	-2°	-1°	0°	1°	2°	3°
-2°	98533	98340	98950	99878	99815	98212	94845
-1°	98431	98361	99249	100168	99760	97240	93070
0°	98536	98917	99933	100093	98954	95426	90358
1°	98812	99088	99263	98828	96912	92207	86434
2°	98488	98438	98381	97003	93624	87679	81522

$$\phi = 68^\circ$$

$\Delta\phi \backslash \Delta\phi D$	-3°	-2°	-1°	0°	1°	2°	3°
-2°	98087	98286	98435	99417	99821	98997	96180
-1°	98335	98360	98406	99584	99883	98288	95013
0°	98484	98722	99226	100476	99519	97340	92838
1°	98707	99017	99458	99557	98252	94700	89370
2°	98620	98620	98747	98034	95974	91028	85145

$$\phi = 72^\circ$$

$\Delta\phi \backslash \Delta\phi D$	-3°	-2°	-1°	0°	1°	2°	3°
-2°	98085	98145	98084	98729	99446	99240	97389
-1°	98366	98048	98328	98931	99605	99110	96376
0°	98299	98263	98417	99624	99946	98419	94769
1°	98435	98746	98976	99638	98991	96599	91682
2°	98626	98664	98601	98692	97298	93784	88076

$$\phi = 76^\circ$$

$\Delta\phi \backslash \Delta\phi D$	-3°	-2°	-1°	0°	1°	2°	3°
-2°	97797	98050	97896	98252	98889	99149	98164
-1°	98455	98196	98227	98413	99241	99424	97563
0°	98398	98139	98046	98818	99541	99258	96394
1°	98585	98527	98680	99363	99455	98129	94186
2°	98603	98679	98755	99194	98174	95230	90713

(五) 實驗四實驗數據：

αLR	0.94	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99	1
像素面積	87830	93060	97505	100476	100480	100548	100395